
QTHXX BASIC Programm (QTE und Entfernung)

Das BASIC-Programm QTHXX wurde 1985 zur Umrechnung der "alten QRA-Kenner" in das neue IARU Locatorsystem geschrieben. Anschließend wurde es zur direkten Eingabe der geographischen Ortsangabe in Längen- und Breitengrad erweitert. Die Struktur ist für die 1985 üblichen PCs und BASIC-Interpreter unter DOS, d.h. so einfach wie gerade noch vertretbar. Der Programmablauf ist heute noch unverändert, es wurde lediglich an QBASIC angepaßt und wird (Stand 4/2001) als unabhängiges DOS Programm (QTHXXQ.EXE) mit MS Quick BASIC 4.50 erstellt.

Der eigene Standort ist im Quellenprogramm fest eingegeben. Ab der Version 4/2001 ist die Eingabe eines anderen Standorts per Parameter bei Aufruf möglich. Eine Umstellung auf andere Systeme als DOS oder andere Compiler kommt wegen der damaligen "Spar"-Programmierung einer kompletten Erneuerung gleich. Außer Fehlerbereinigung sind keine weiteren Arbeiten vorgesehen. Das Programm ist einfach, klein und schnell (ca. 53 kB EXE-Datei inklusive aller Funktionen) und sollte unter DOS auf jedem Rechner laufen. Es benötigt keine besonderen Angaben im Betriebssystem (path, dll, Bibliotheken, etc.) und wird über die DOS Eingabe direkt aufgerufen (unter Windows via "DOS Eingabe", bei OS/2 oder UNIX-Systemen in der DOS-Box) oder durch anklicken des Icon in allen Betriebssystemen (Windows XP Prof. SP1 ebenfalls getestet). Weitere Hinweise und Änderungsstand siehe Ende des Dokuments.

Eine Kurzbeschreibung zu Programm und Eingaben:

Allgemein: Das Programm verlangt *bei beiden Locatorsystemen den vollen Kenner*. Notfalls muß nach dem Großfeld (die ersten zwei Buchstaben) mit den entsprechenden Mittelfeldern ergänzt werden. Bei Eingabe eines Locators wird mit den *geographischen Daten des Mittelpunktes im kleinsten Feld als Zielpunkt* gerechnet. Bei der Programmeingabe wird Groß- oder Kleinschreibung gleich behandelt. Zur Erkennung des Eingabetypus wird das erste eingegebene Zeichen verwendet (im Eingabefeld sind keine Leerzeichen erlaubt): ein ASCII-Wert kleiner als 65 (Buchstabe A) entspricht der Eingabe von geographischen Ortsdaten, andernfalls (erstes Zeichen ein gültiger Buchstabe) bei einer Eingabelänge von 5 Zeichen dem "alten" Locator, bei 6 Zeichen dem "neuen" Locator. *In Kürze: Erstes Zeichen ein Buchstabe = Locator, ein anderes Zeichen (+ - Ziffer) = Grad-Angaben.*

QRA-Kenner: Der historische Name des "alten" Locatorsystems, welches im UKW/UHF-Betrieb in Europa (IARU Region I) benutzt wurde. Es wurde 1958 von DL3NQ vorgeschlagen und war bereits in den 60ern wegen des Kürzels "QRA" Anlaß zu heftigen Disputen, insbesondere von Benutzern der "Gleichstrom-Bänder". Anfang der 70er Jahre wurde dieser Locator in "QTH-Kenner" umgetauft. Der Kenner [6,7,8] besteht aus maximal 5 Zeichen: 2 Großbuchstaben = Großfeld, 2 Ziffern = Kleinfeld, 1 Kleinbuchstabe = Feld, Beispiel für den Standort von DB0XF in Sünzhausen = FI39f.

1. Zeichen Buchstabe, groß:

Längengrad, Felder beginnend bei 0° (Greenwich) in 2°-Schritten ostwärts mit A, B, C, usw., in westlicher Richtung in 2°-Schritten mit Z, Y, X, usw.

2. Zeichen Buchstabe, groß:

Breitengrad, Felder beginnend bei 40° nördlicher Breite in 1°-Schritten nordwärts mit A, B, C, usw., in südlicher Richtung in 1°-Schritten mit Z, Y, X, usw.

3. und 4. Zeichen Ziffern 01 - 80:

Die Großfelder von $2^\circ \times 1^\circ$ werden in Länge (west-ost) 10mal geteilt und in Breite (nord-süd) 8mal. Die Bezeichnung erfolgt vom NW-Eck mit 01 zum NO-Eck mit 10, "zeilenweise" fortlaufend bis zum Südrand mit SW-Eck 71 und SO-Eck 80. Die Mittelfelder sind 35, 36, 45 und 46.

5. Zeichen Buchstabe, klein:

Die Kleinfelder werden gleichmäßig in 9 Felder unterteilt und im Uhrzeigersinn (rechts drehend) ab dem nördlichen mittleren Feld ("12 Uhr") von a bis h bezeichnet. Das Mittelfeld erhält die Bezeichnung j. Diese Felder sind $4' \times 2.5'$ groß und die halbe Diagonale von etwa 3.4 km wird zur Berechnung des Richtungsfehlers eingesetzt.

Die Programmversion "*QTHXXQ.EXE*" umfaßt für diesen "alten" QRA-Kenner die Länge A-Z 0° bis 52° Ost und die Breite A-Z 40° Nord bis 66° Nord. Es wurde für die Locator in Deutschland geschrieben und auf weitere Eingabe-Spezifikationen zur Umgehung der Mehrdeutigkeit verzichtet. Auf Wunsch wurde eine weitere Version für Locator westlich Greenwich geschrieben, die u.a. englische und französische Bereiche abdeckt, im Osten etwa bis Längengrad Moskau reicht - von U-Z für -12° (West) bis 0° , dann ab 0° A-T bis 40° Ost. Bis auf die Längenverschiebung sind die Programme im wesentlichen identisch - die zweite Version kann als "*qthxxu.exe*" abgerufen werden. (Groß-Kleinschreibung für download vom Server beachten, ansonsten kann der Name nach download beliebig geändert werden, mit Extension .exe.)

QTH-Locator: Von der IARU wurde 1983-85 ein neues weltweites Koordinatensystem eingeführt, Worldwide Locator, Maidenhead- oder Gridlocator. Es beruht auf Arbeiten von G4ANB (1978-81) und wurde zugunsten weltweiten Satelliten- und EME-Betriebs entwickelt. Der Locator besteht aus maximal 6 Zeichen [5]: 2 Großbuchstaben = Größtfeld (field), 2 Ziffern = je 10×10 Großfelder (square), 2 Buchstaben = je 24×24 Kleinfelder (subsquare), Beispiel für den Standort von DB0XF in Sünzhausen = JN58TM.

1. Zeichen Buchstabe:

Längengrad, Felder beginnend bei 180° (Datumsgrenze) in 20° -Schritten ostwärts mit A, B, C, usw. bis R. Im Vergleich: 0° Greenwich startet mit J, K, L usw. in östlicher Richtung.

2. Zeichen Buchstabe:

Breitengrad, Felder beginnend bei 90° Süd am Südpol in 10° -Schritten nordwärts mit A, B, C, usw. bis R. Im Vergleich: 0° Äquator startet mit J, K, L usw. in nördlicher Richtung, bei 40° N und 50° O.

3. und 4. Zeichen Ziffern 00 - 99:

Die Größtfelder von $20^\circ \times 10^\circ$ werden in Länge und Breite je 10mal in Großfelder geteilt. Die Bezeichnung erfolgt vom SW-Eck mit 00 in Einer-Schritten (je 1°) nach Norden und in Zehner-Schritten (je 2°) nach Osten. Es ist eine fortlaufende Bezeichnung vom SW-Eck 00 nach Norden und "spaltenweise" fortlaufend zum Ostrand. Die Feldgröße von $2^\circ \times 1^\circ$ für diese ersten vier Zeichen entspricht der Feldgröße der ersten beiden Buchstaben des alten QTH-Kenners. Die Eckfelder sind SW 00, NW 09, NO 99 und SO 19, die Mittelfelder sind 44, 45, 54 und 55.

5. und 6. Zeichen Buchstabe:

Die Großfelder werden in 24×24 Kleinfelder von $5' \times 2.5'$ unterteilt. Die Bezeichnung erfolgt wiederum vom SW-ECK in $2.5'$ Schritten mit AA, AB, AC, usw. nach Norden bis AX, dann "spaltenweise" in $5'$ Schritten ostwärts bis zum Ostrand XA, XB, XX. (Der 6. Buchstabe von Süd nach Nord, der 5. Buchstabe von West nach Ost). Die Eckfelder sind SW AA, NW AX, NO XX und SO XA, die Mittelfelder sind EE, EF, FE und FF. Die halbe Diagonale von etwa 3.9 km wird zur Berechnung des Richtungsfehlers eingesetzt.

Eingabe in Längen- und Breitengrad:

Wenn das erste Zeichen der Eingabe kein Buchstabe ist, wird die Eingabe in Längen- und Breitengrad angenommen, durch *einen* Schrägstrich / getrennt. **Dezimalstellen werden durch einen Dezimalpunkt eingegeben.** Um Verwechslungen auszuschließen, wird ein Komma in einen Schrägstrich übersetzt und kann alternativ als (einziges) Trennzeichen benutzt werden.

Im einfachsten Fall werden beide Gradangaben als einfache Zahl mit Dezimalstellen und Vorzeichen angegeben, ohne Vorzeichen oder plus entspricht Ost bzw. Nord, minus entspricht West bzw. Süd, Beispiel DB0XF: 11.6/48.5 oder +11.6/+48.5 . Statt Vorzeichen kann auch anstelle des Dezimalpunktes W, E oder O, N bzw. S angegeben werden, Beispiel DB0XF: 11E6/48N5 oder 11O6/48N5 . Diese Form kann beliebig gemischt werden, jedoch überschreibt ein Buchstabe (Richtung) das Vorzeichen , -11E6/-48N5 würde mit positiven Werten berechnet werden.

Eine Eingabe in Minuten und Sekunden funktioniert nur, wenn zur Kennzeichnung ein einfacher Apostroph ' (ASCII Wert 39) für Minuten und ein Doppelapostroph " (ASCII Wert 34) für Sekunden benutzt wird. Die Umwandlung in "Grad.Dezimal" geschieht für Länge und Breite getrennt, aber mit gleicher Methode. Länge und Breite können daher auch unterschiedlich "dezimal" oder "Min./Sek." eingegeben werden, Beispiel: 11E6/48N30' oder 11E36'/+48.5 . Folgende **Regeln** sind zu beachten (gelten jeweils für die Angabe, bei der ' oder " verwendet werden):

- ③ Grad, Minuten und Sekunden müssen **in dieser Reihenfolge** eingegeben werden, bei der Länge ab erstem Zeichen der Eingabe, bei der Breite unmittelbar nach dem Schrägstrich.
- ③ Der Apostroph ' oder Doppelapostroph " muß als letztes Zeichen der jeweiligen Eingabe stehen (bei der Länge unmittelbar vor dem Schrägstrich / , bei der Breite als letztes Zeichen der Eingabe). Die Eingabe 36'5 für 36 ½ Minuten wird abgewiesen und muß als 36.5' geschrieben werden. Gleiches gilt sinngemäß für Sekunden, nicht 36"5 sondern 36.5".
- ③ Die Sekundenangabe ist optional und nur zulässig nach Minutenangabe, notfalls 0' einfügen.
- ③ Minuten und Sekunden können mit Dezimalstellen (Dezimalpunkt !!) eingegeben werden.
- ③ Wenn ' (für Minuten) eingegeben wird, muß zwischen ersten Dezimalpunkt (oder Richtung) nach der Gradangabe und dem Apostroph ' eine gültige Dezimalzahl (ohne Punkt oder mit Dezimalpunkt und Dezimalstellen) eingegeben werden. Beispiele: 11E36' entspricht 11°36' (gleich +11.6° Länge), **aber:** 11.6' ergibt +11°6' . Wegen der Gleichbehandlung des ersten Punktes und der Richtung entspricht 11E36.25' auch 11.36.25' (+11°36'15" Länge), **aber:** 11E36 oder 11.36 entsprechen +11.36° Länge Ost dezimal und damit gleich 11°21'36" Ost. Kurz: ohne Apostroph = Grad plus dezimal, mit Apostroph Grad plus Minuten.
- ③ Wenn ein Doppelapostroph " für Sekunden eingegeben wird, muß zwischen ' und " eine gültige Dezimalzahl (ohne Punkt oder mit Dezimalpunkt und Dezimalstellen) eingegeben werden. Beispiel: 11E36'14.7"/48N30'25.2" würden nach Umformung +11.60408/+48.50700 für die Berechnung ergeben.
- ③ Für Kartenarbeit (QTH ausmessen) gibt es ein "Goodie": Bei Messungen auf der Karte, je nach Maßstab kommt beispielsweise raus: 65' östlich von 11° Ost oder 20' südlich von 48° Nord. Man kann 11E65'/48N-20' eingeben - wie gemessen. Es kommt eine rote Meldung als Hinweis (über 60 oder Minus), gerechnet wird aber wie eingegeben. Es wird arithmetisch verrechnet und 12E5' und 47N40' genommen.

Eingabe eines alternativen eigenen Standortes:

Außer bei einer "persönlichen Programmversion" ist als "eigener Standort" der Standort des Autors DB6ZH einprogrammiert (etwa 11.6° Ost, 48.5° Nord, ca. 4 km WSW vom Umsetzer DB0XF). Ein alternativer Standort kann auf der DOS-Befehlszeile mit dem Programmaufruf eingegeben werden.

Das Format: **QTHXXQ /aaaaa/Länge/Breite/**

Als Trennungszeichen muß wie beschrieben ein Schrägstrich / (ASCII Wert 47) verwendet werden. Das Kennzeichen **aaaaa** kann aus bis zu 10 alphanumerische Zeichen bestehen. Die **Länge** und **Breite** muß in Grad als gültige Dezimalzahl (ohne Punkt oder mit Dezimalpunkt und Dezimalstellen) eingegeben werden. Eine Umwandlung von Minuten und Sekunden wie bei der Eingabe des Zieles wird nicht durchgeführt. Die Angabe von Richtungsbuchstaben anstelle des Dezimalpunktes wird ebenfalls abgewiesen, für Süd oder West muß ein **Minus**vorzeichen verwendet werden.

Die Anzahl der Dezimalstellen wird nicht überprüft, es werden maximal 16 wertdarstellende Ziffern zur Berechnung verwendet, siehe Abschnitt "(programmierte) Genauigkeit". In der Anzeige werden 5 Dezimalstellen (gerundet) angezeigt. Wenn der eigene Standort in einem anderen Format bekannt ist, kann hilfsweise mit Aufruf *qthxxq /test/0/0/* (Greenwich/Äquator) und Eingabe des eigenen QTH eine Umrechnung per Programm durchgeführt werden. Der Standort wird in Grad angezeigt und kann bei erneutem Aufruf mitgegeben werden. Hinweise zum Bezugssystem: siehe Abschnitt "Geophysikalische Grundlagen".

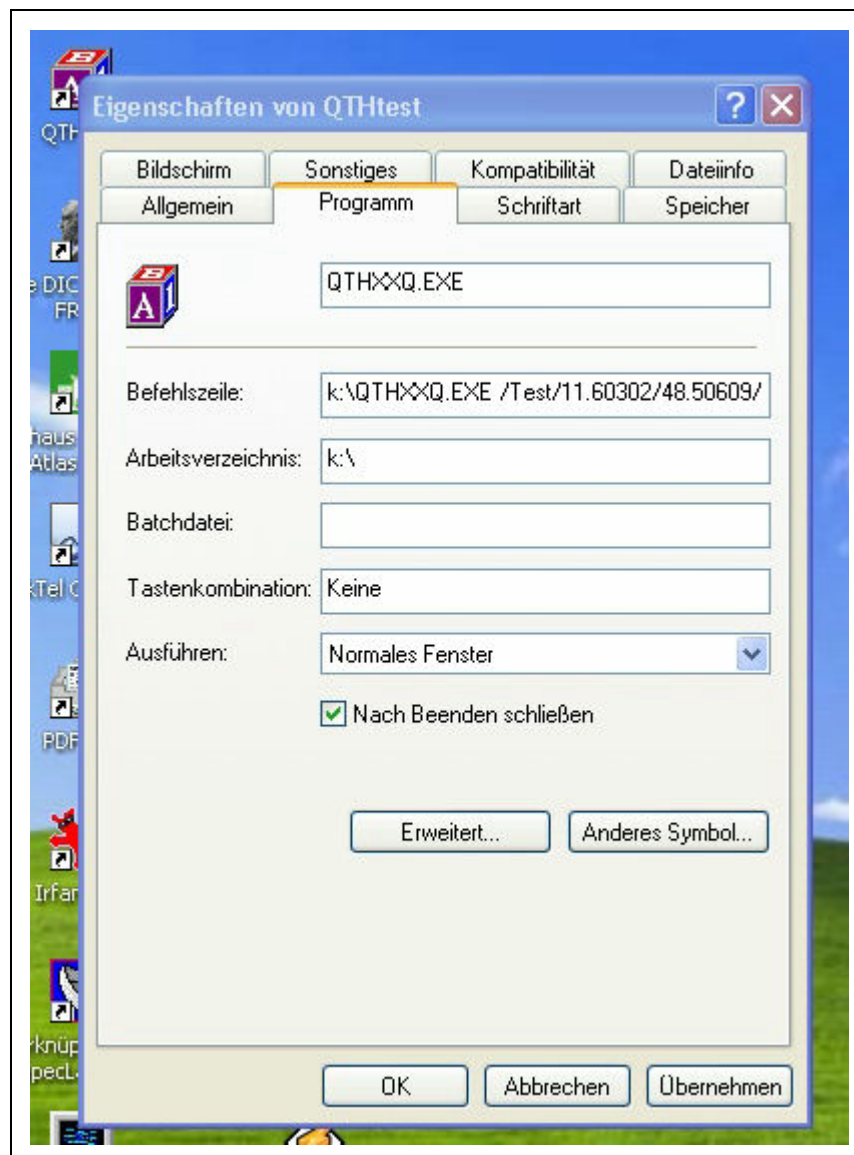
Eine eigene QTH Eingabe mit exakt Nord- oder Südpol ($\pm 90^\circ$ Breite) wird um $-1/100$ " vermindert. Bei Tests (mit exakt 90°) "schepperte" es im Programm und für Polar-Expeditionen ist der Fehler vernachlässigbar. Das Ziel-QTH mit Vielfachen von 90° wird korrekt verarbeitet.

Die Standorteingabe ist bewußt so einfach wie möglich gehalten und der Umweg über die Befehlszeile gewählt worden, das kann in jede *.bat* oder bei allen Systemen in ein "program object" eingebaut werden. Ansonsten müßte eine zweite File mit QTH angelegt werden, Problemfragen: im gleichem Verzeichnis etc. . Im OS/2 kann nach Befehlsparametern (Standorteingabe) im "program object" per Popup gefragt werden oder diese fest eingegeben werden.

Tip für DOS: Standorte können in einer *.BAT* Datei gespeichert werden und nur der aktuelle Standort wird aktiviert. Mitgeliefert wird ein einfaches Beispiel:

```
rem *****
rem ** qthxxq mit parameter eingabe **
rem ** beispiele DB6ZH 3.4.2001 **
rem *****
qthxxq /DB6ZH/11.60302/48.50609/
rem *****
rem ** reserve, zur aktivierung rem entfernen **
rem *****
rem qthxxq /DB6ZH/11.60302/48.50609/
rem qthxxq /DB0XF/11.65077/48.51850/
rem qthxxq /M-FS-Turm/11.55379/48.17445/
rem qthxxq /test/0/0/
```

Für XP ein Beispiel (*Verknüpfung*), die Koordinaten wie im Programm für DB6ZH fest programmiert:



Verknüpfung erstellen: über rechte Maustaste auf Datei *QTHXXQ.EXE* oder auf die Arbeitsoberfläche, dann *NEU* -> *Verknüpfung*. Später die Verknüpfung mit rechter Maustaste anklicken und Eingabe unter Tab "*Programm*" wie abgebildet.

```

Berechnung Entfernung (Grosskreis) und QTE   U14.08.08 (C) 1985,2008 DB6ZH [1]
QTH DB6ZH      fest vorgegeben

QTH-Kenner oder Laenge/Breite: 10e0'72"/0n [2]
10.0'72"/0.
Sekunden gültig, aber >= 60 oder minus Vorzeichen, berechnet wie angegeben
World-Wide QTH-Locator ==> JJ50aa

QTH DB6ZH      B= +11.60302 E= +48.50609 [3]
QTH Eingabe    A= +10.02000 D= +0.00000

WGS84 Entfernung : +5395.782 km (<±0.232 Kugel, QTH ±0.1 sec)
WGS84 Entfernung : +5376.868 km (<±0.030 Ellipsoid, ohne QTH-Fehler)
IAU 1976 Entfernung : +5376.871 km (<±0.030 Ellipsoid, ohne QTH-Fehler) [4]
Potsdam Entfernung : +5376.319 km (<±0.030 Ellipsoid, ohne QTH-Fehler)
Richtung (Kugel WGS84)
Richtung (QTE via tan) : +182.1 Grad (<± 0.05)
Richtung (QTE via sin) : +182.1 Grad (<± 0.05) [5]
Richtung (QTE via cos) : +182.1 Grad (<± 0.05)

(R)estart zur Wiederholung, (E)nde fuer Rueckkehr zu DOS [6]
auswaehlen (R,E)-->

```

Beispiel "Screenshot"

Als Beispiel wurde ein Punkt auf dem Äquator mit etwa gleichem Meridian eingegeben. Zur Demonstration wurden die Meridian-Sekunden $>60^\circ$ angegeben. Als Erleichterung bei Kartenmessungen können derart gemessene Werte eingegeben werden und werden arithmetisch verrechnet. Die Ausgabezeilen im Detail:

[1] In der Überschriftzeile ist die Version des Programmes angegeben: V14.08.08 - in aller Regel das Erstellungsdatum. Die folgenden Zeilen enthalten das eigene QTH - bei persönlichen Versionen wie im Beispiel das Call und der Text "fest vorgegeben". Bei Eingabe des eigenen QTH's ("Quellen"-Standort) über die Befehlszeile (/Text/...L.../...B.../) wird die Eingabe 1:1 wiederholt und in der Folgezeile vom Programm "bestätigt". Im Fehlerfall werden Hinweise ausgegeben und mit dem Standardwert (DB6ZH) gerechnet. Falls ein "Abbruch" erwünscht ist - am schnellsten mit Eingabe "0/0" und anschließend "E" für Programmende.

[2] Nach der Eingabezeile werden die Eingabewerte in geographischen Koordinaten wiederholt, wie sie nach der Eingabepfung und QTH-Kenner Umrechnung verarbeitet werden. Es wird zusätzlich immer der (neue) QTH-Kenner ausgegeben, falls dies nicht bereits die Eingabe war.

[3] Die beiden Standorte ("Quelle" und "Ziel") sind in geographischen Koordinaten - in Grad mit fünf Dezimalstellen.

[4] Die Entfernung wird berechnet für "mittlere Kugel" (WGS84) und verschiedene Rotationsellipsoide. Bei der Kugel resultiert der maximale Fehler aus der Standortbestimmung: bei geographischen Daten $\pm 232\text{m}$ aus Rundungsfehler der fünften Dezimalstelle, beim Locator die halbe Kleinfeld-Diagonale (im Mittel für DL). Die Entfernung auf dem Rotationsellipsoid ist eine Näherung mit ausgewiesene "Näherungsfehler" ohne den zusätzlichen Fehler der Standortbestimmung. Bei ± 0.001 ist dieser Näherungsfehler unterhalb der Rundung der dritten Dezimalstelle.

[5] Die Richtung wird die "mittlere Kugel" (WGS84) berechnet. Der Richtungsfehler entspricht bei ± 0.05 dem Rundungsfehler der ersten Dezimalstelle, ansonsten bei Locator-Angabe dem ungünstigsten Schnitt mit der Kleinfeld-Diagonale. Zur Genauigkeit (auch zu [4] siehe nachfolgende Kapitel).

[6] Die Eingabe "R" ist ein kompletter Restart vom Programmanfang, der Bildschirm (Window) wird gelöscht und neu aufgebaut.

Befehlsdatei für "Spezialisten":

Das Programm arbeitet mit Standard-Ein-/Ausgabe im Textmodus. Die Ein-/Ausgabe kann daher problemlos umgeleitet werden und via einer .bat Prozedur (oder Befehlszeile) können die Eingaben in einer Datei hinterlegt werden und die Ausgabe auf den Drucker oder eine Datei umgeleitet werden. Diese Verfahren bietet sich an, wenn Conteste oder "alte QSLs" aufgearbeitet werden sollen. Es können mit einem Programmaufruf mehrere Eingaben abgearbeitet werden (R bzw. E beachten!). Zur Erinnerung: Die Umleitung > legt eine Datei neu an oder überschreibt ein bestehende Datei von Beginn an. Die Umleitung >> hängt die Daten an das Ende bestehender Dateien (append), bei fehlender Datei wird diese bei erstem Aufruf neu erstellt. Beispiel:

test01.bat Befehlsdatei:

```
qthxxq                                <testin01.txt >test01.txt
qthxxq  /DB0ZU/10.98555556/47.42277778/ <testin01.txt >>test01.txt
qthxxq  /DB0ZU/10.98555556/47.42277778/ <testin01.txt >lpt1:
qthxxq  /Paris/2.33722/48.83639/      <testin01.txt >>test01.txt
```

testin01.txt Eingabedatei:

```
0/0
r
11.5/47.5
r
yi36b
r
jn40nm
e
```

Die Eingabedatei sollte mit "e" oder einer Koordinateneingabe abschließen. Wenn in der Eingabedatei zum Ende mit "r" abgeschlossen wird, beendet das Programm mit einer Fehlermeldung: "Eingabe nach Dateiende....." - keine weiteren Aktionen erforderlich.

Weitere Hinweise (Grundlagen, Berechnungen):

Das Programm wurde im Laufe der Jahre wiederholt für trigonometrische Vergleiche und mathematische Experimente mit unterschiedlichen Berechnungsmethoden benutzt. Daraus ergaben sich zwangsläufig Untersuchungen über die erreichbare Genauigkeit bei vorgegebenem Aufwand und Vergleiche der verschiedenen geophysikalischen Bezugssysteme. Kenntnisse der folgenden Kapitel sind zur Handhabung des Programms nicht erforderlich. Es folgen Hintergrundinformationen zu programmtechnischen Bereichen und aus dem Bereich der Geophysik und Kartographie.

Die Berechnung der Entfernung von zwei Orten und der zugehörigen Richtung mit den Koordinaten dieser Orte ist mathematisch eine relativ einfache Dreiecksberechnung. Liegen diese Orte auf einer Ebene, reicht für die Berechnung der Entfernung der etwa 2500 Jahre alte Lehrsatz des Pythagoras. Mit etwas Übung ist dieses Problem überschlägig noch im Kopf lösbar. Liegen die Orte auf einer Kugeloberfläche werden die Rechenschritte umfangreicher, die Formeln etwas länger und die zu berechnende Kugel ist eindeutig größer als der Kopf. Jetzt wird auch die Messung komplizierter, weil man mit "geraden" Meßmitteln auf einer "krummen" Fläche mißt. Wie in allen Lebenslagen paßt hierzu eine Anmerkung von *Johann Wolfgang von Goethe: Jede Lösung eines Problems ist ein neues Problem.*

Es kommt beinahe zwangsläufig bei Betrachtung der Koordinatensysteme die Frage, wo (genau) bin ich und was stimmt am Ergebnis ?? Wenn man, wie beim Programmtest geschehen, zum Test der Winkelfunktionen Orte auf dem gleichen Breitengrad wie bei dem eigenen Standort eingibt und erwartet, das im Westen genau 270.0° und im Osten genau 90.0° im Ergebnis stehen, zitiert man Goethe nach zwei Tagen Kopfzerbrechen über den vermeintlichen Fehler in erstaunlich vielen Variationen. Aber: das Programm rechnet richtig und auch die Abweichung von 270.0° und 90.0° nach wenigen km Entfernung ist richtig.

Der technische Ausgangspunkt bei den Fragestellungen zur Berechnung der Entfernung und Richtung auf der Erdoberfläche läßt sich auf drei Hauptfragen eingrenzen:

1. Wieviel wertdarstellende Ziffern sind erforderlich ? So wenig wie möglich und so viel wie die Genauigkeit erfordert, aber auch die Rechenhilfsmittel spielen eine entscheidende Rolle. Die Probleme bei Kopfrechnen, Abakus oder römischen Ziffern können wir großzügig überspringen.

Die ersten Erleichterungen brachten Tabellen, Logarithmentafeln und der Rechenschieber, wobei die Begrenzung von Tabellen und Tafeln bei 6 Stellen lag, mit Teilbereichen von 7stelliger Auflösung. Die Begrenzung wird durch den Tabellenumfang vorgegeben. Die "*Nautische Tafeln*" der deutschen Kriegsmarine von 1944 mit 6stelligen Tafeln hatten bei etwa DIN A4 Größe einen Buchumfang von 272 Seiten.

In der Landesvermessung wird mit 10 cm Genauigkeit gemessen (± 5 cm) und die Koordinaten des Dreiecksnetzes mit 9 Ziffern festgehalten. Für Bayern sind die Punkte des ABC-Netzes im Internet unter <http://www.bayern.de/vermessung> veröffentlicht. Bei astronomischen Konstanten ist es üblich, 10 bis 15 wertdarstellende Ziffern zu benutzen, um durch weitere Rechengänge eine ausreichende Genauigkeit zu behalten.

Mit Einführung der Taschenrechner, insbesondere programmierbarer, und den ersten PC traten Tafeln und Tabellen in den Hintergrund. In den Programmen wurden bis zu 7 Ziffern benutzt, die sogenannte einfache Genauigkeit. (Bei Großrechnern bis zu 16 und 32 Ziffern, "double / extended precision"). Mit dem Preisverfall in den 80er Jahren und danach wurde auch auf dem PC mehr Speicher benutzt und die sogenannte doppelte Genauigkeit mit bis zu 16 wertdarstellenden Ziffern wurde ab 1985/86 von den meisten PC und Programmiersprachen unterstützt. Weiteres zur Genauigkeit und Anzahl der Stellen zur Berechnung im Abschnitt "*(programmierte) Genauigkeit*".

2. Wie "ebne" ich eine Kugeloberfläche ein ? Diese Frage ist eine Erweiterung der "Quadratur des Kreises" und damit nur näherungsweise lösbar. Betroffen von dieser Problematik ist nicht die Berechnung des Kugeldreiecks, sondern die Wahl des Bezugssystems und damit die Bestimmung der Koordinaten.

Bei der Darstellung der Erdoberfläche auf Landkarten müssen Kompromisse (Näherungen) getroffen werden und es treten Längen-, Flächen- und Winkelverzerrungen auf. Die Abweichungen sollten bekannt sein, wenn man die Standorte, Entfernung oder Richtung von einer Karte abliest oder auf eine Karte überträgt. Auch GPS Koordinaten sind betroffen, wenn unterschiedliche Bezugssysteme bei GPS - GPS oder GPS - Karte Vergleich benutzt werden. Näheres dazu im Abschnitt "*Geophysikalische Grundlagen*".

3. Was ist, wenn die Kugel ein Ei ist ? Dann nennt man die Figur der Erde "Geoid", gibt ihr eine idealisierte Oberfläche und holt Differentialgleichungen höherer Ordnung aus der Schublade. In der Theorie hat man wieder alles im Griff und in der Praxis tröstet Johann Wolfgang von Goethe erneut: "*...ist ein neues Problem*". Der Pragmatiker weiß sich jedoch zu helfen und rechnet entweder weiterhin mit einer Kugel plus Korrekturen oder mit einem Ellipsoid (einer Kugel, die an den Hüften etwas breiter geworden ist) plus "Korrektürchen". Näheres dazu im Abschnitt "*Geophysikalische Grundlagen*".

(programmierte) Genauigkeit:

Das Programm rechnet intern durchgängig mit doppelter Genauigkeit (Gleitkomma IEEE-Format, 15 wertdarstellende Ziffern, mathematische Koprozessorfunktionen mit 18 wertdarstellenden Ziffern). Bei der Umrechnung des "alten" Locator in Grad wird (historisch bedingt, nicht umgestellt) mit einfacher Genauigkeit gearbeitet (7 wertdarstellende Ziffern). Die Eingabe des eigenen QTH erfolgt in Grad mit 5 Dezimalstellen, welches einer Genauigkeit des Standortes von ± 0.4 m Länge und ± 0.6 m Breite entsprechen würde. Bei der Eingabe des Zielpunktes in geographischen Minuten oder Sekunden (jeweils mit Dezimalpunkt) entspricht dies etwa einer Eingabe mit 1/1000 Minute oder 1/10 Sekunde. Dieser *absolute Eingabefehler (Rundung der letzten Dezimalstelle)* führt durch die trigonometrischen Berechnungen zu einem *maximalen absoluten Fehler* bei der Entfernung von ± 232 m ($\pm 3.64 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Erdradius}$, Einfluß von Standort und Bezugssystem hierbei < 1 m). Bei Locatoreingabe wird die halbe Diagonale des kleinsten Feldes als *Eingabefehler* angegeben, entweder ± 3.4 km oder ± 3.9 km ohne weitere Verrechnung der Richtung (Bezugspunkt der Feldgröße Umgebung von DB0XF, rund 48.5° Nord und 11.6° Ost). Ein weiterer Fehler entsteht durch die Betrachtung der Erde als Kugel, nicht als Ellipsoid, mit mittlerem Radius nach WGS84 von 6.371.000,7900 m .

Der Richtungswinkel (QTE, "Abflugkurs") wird auf eine Dezimalstelle gerundet und als kleinster Fehler wird $\pm 0.05^\circ$ (Rundungsfehler, Rechenfehler wesentlich geringer) angegeben. Bei Eingabe eines Locators wird mit der halben Diagonale des kleinsten Feldes und der Entfernung ein (ebenes) Fehlerdreieck berechnet (keine Großkreisberechnung) und der Fehlerwinkel in \pm Grad als Anhaltswert angegeben. Bei Entfernungen über 600 km unterschreitet dieser Fehlerwinkel $\pm 0.5^\circ$ bei beliebigem Locator, über 6000 km ist der Fehlerwinkel kleiner als $\pm 0.05^\circ$, berechnet für eine maximale halbe Felddiagonale von 5.2 km am Äquator.

Durch die besonderen mathematischen Bedingungen des Fehlerdreiecks bei Locatorberechnungen (bei wachsender Entfernung verkleinert sich der Fehlerwinkel bei gleichbleibender Felddiagonale) ist der Unterschied zwischen ebener und sphärischer Berechnung hier vernachlässigbar. In 6000 km Entfernung und einem Fehlerwinkel von $\pm 0.05^\circ$ in der Ebene ist die sphärische Abweichung erst auf $\pm 0.007^\circ$ angewachsen. (*Sphärischer Exzeß, Satz von Legendre, [4, Seite 323]*). Erst bei halbem Erdumfang ist die sphärische Abweichung ebenfalls auf $\pm 0.05^\circ$ angewachsen.

Bei einer errechneten Entfernung unter 4 m (entspricht auf dem Großkreis 0.000036° oder $0.130''$) wird die Berechnung des Richtungswinkels unterdrückt und ein Hinweis ausgegeben. Die Berechnung der Richtung über den Seitenkosinussatz erfordert bei dieser kleinen Entfernung mehr als 16 Ziffern (0.99999.....). Der Sinussatz und die "Tangensformel" (Halbwinkelsatz mit Neperschen Analogien abgeleitet) rechnen genau, jedoch wird zum Sinussatz das Ergebnisvorzeichen des Seitenkosinussatzes benötigt (Mehrdeutigkeit). Außerdem: eine Entfernung von ± 2 m setzt eine geographische Standortbestimmung in etwa ± 4 mm Länge und ± 6 mm Breite Genauigkeit voraus (7 Dezimalstellen bei einer Eingabe in Grad). Als Kommentar ein "Lehrsatz" von *Carl Friedrich Gauß: Der Mangel an mathematischer Bildung gibt sich durch nichts so auffallend zu erkennen, wie durch maßlose Schärfe im Zahlenrechnen.*

Geophysikalische Grundlagen:

Seit 1.5.2001, nach Abschalten des "random errors", können preiswerte GPS-Empfänger zu relativ genauen Standortbestimmungen verwendet werden. Falls man es "sehr genau" wissen möchte muß etwas Theorie zu den verschiedenen Bezugssystemen beachtet werden.

Zuerst ein kurzer Einblick in *Ergebnisse der modernen Satellitenvermessung* und die Bestätigung von *Johann Wolfgang von Goethes* "...ist ein neues Problem.". Mit Satelliten und modernster Technik ist unsere Erdkugel inzwischen bis in den Millimeterbereich vermessen worden. Im Ergebnis ist dies sehr interessant, bringt aber keine wesentliche Steigerung der Genauigkeit. Messungen des Standortes sind durch Funk, Radar und Laser bequemer geworden. Für den Geophysiker ergeben sich Fakten, die bei den hier behandelten Rechnungen nur am Rande eine Rolle spielen. Es wurde festgestellt, daß:

- ③ die Kontinentalverschiebungen (1912 von *Alfred Wegener* erstmals veröffentlicht) bis zu 7 cm/Jahr betragen. (theoretisches Maximum etwa 10 cm/Jahr) [2,9]
- ③ der Erdkörper elastisch ist und auch die Erdkruste Gezeiten ("Ebbe" und "Flut") hat. Zur Zeit von Vollmond und Neumond ergibt sich eine Deformation des festen Erdkörpers um +0.32 m, die mittlere ungestörte Meeresoberfläche hebt sich um +0.68 m [9].
- ③ die Rotationsgeschwindigkeit der Erde schwankt, abhängig von Jahreszeiten und Vorgängen auf der Sonne. Weiterhin "wackelt" entsprechend der Kreiseltheorie ("*Chandler wobble*") die Rotationsachse (Nord- und Südpol) jährlich um $0.3''$, entsprechend 9 Metern an den Polen.
- ③ durch ungleiche Massenverteilungen Schwerkraftanomalien entstehen, die bei Präzisionsmessungen Fehler in Zeit und Strecke verursachen können. Präzise Messungen haben diesen Effekt bereits in den 60er und 70er Jahren bewiesen. Durch laufende Verbesserung des Schwerkraftmodells der Erde (EGM96) hält man die allgemeine Fehlergrenze in den Referenzsystemen unter 1 m.

Zu dem weltweiten **WGS84 Koordinatensystem** (Basis der GPS Navigation) werden von Zeit zu Zeit Korrekturen veröffentlicht und die maximal erreichte Genauigkeit wird mit ± 5 cm in Länge, Breite und Höhe angegeben. Die allgemeine Genauigkeit wird für die GPS Referenzstationen mit ± 30 cm angegeben. Unter Berücksichtigung aller Fehlerquellen sollte man bei einfachen mobilen GPS-Messungen einen absoluten Fehler in Länge, Breite und Höhe von ± 5 m annehmen (auch bei höherer Ablesegenauigkeit). Dazu sind Angaben in $1/10''$ oder 5 Dezimalstellen in Grad völlig ausreichend.

In [14] wird ein Fehlermodell zitiert, das für GPS nach dem 2. Mai 2000, 4:05 UTC, im Modus L1 C/A einen mittleren horizontalen Fehler von ± 10.2 m (95%-Wert) und für PPS P/Y einen mittleren horizontalen Fehler von ± 6.6 m (95%-Wert) vorhersagt. Hierin ist ein GPS Systemfaktor von 2.0 (HDOP im \$GPGSA Datensatz enthalten und es wird angenommen, daß der GPS-Empfänger über 16 empfangene Werte mittelt (Reduzierung des "statistischen Rauschens"). Bei DGPS liegen die entsprechenden Werte bei ± 3.1 m und ± 3.0 m (Differential GPS, Satelliten plus Referenzstation).

Wenn mit Karten gearbeitet wird oder im GPS-Empfänger das Bezugssystem gewechselt wird (Standard WGS84, andere in der Regel über ein Menü einstellbar), benötigt man Kenntnisse über die Unterschiede. In Deutschland üblich sind, bei Verwendung der auf Karten eingedruckten Begriffe:

- ③ **Topographische Karten der Landesvermessungsämter:** Potsdam Datum, Bessel Ellipsoid von 1841, Gauß-Krüger Abbildung. Bei den digitalen Flurkarten und Karten auf CD-ROM kann ein abweichendes Bezugssystem eingestellt werden. *Bei einer Umrechnung von Gauß-Krüger Koordinaten in geographische Gradangaben [1] wird nicht das Bezugssystem gewechselt*, dazu muß eine weitere Umrechnung erfolgen. Werden Standorte auf der Karte mit WGS84 (GPS) verglichen, gilt für Bayern folgende (grobe) Umrechnung (Bezugspunkt DB0XF):
 - Länge [WGS84] +5.9" = Länge [Potsdam Datum]
 - Breite [WGS84] +3.4" = Breite [Potsdam Datum]
 - Höhe [WGS84] -46 m = Höhe NN
- ③ **Militärkarten, UTM-System** (Karten aus den 60er Jahren): Europa Datum (ED50), Internationales Ellipsoid von 1924, UTM-Gitter und UTM-Projektion (Universale Transversale Mercatorprojektion). Während der *Gauß-Krüger Entwurf* auf einem "querliegenden" (transversalen) *Berührungszylinder* abbildet (um einen Meridiankreis gewickelt und über die Pole laufend), benutzt der (amerikanische) *UTM-Entwurf* einen *Schnittzylinder* in gleicher Lage, der zwei Referenz-Breitenkreise schneidet und längentreu abbildet. Bei größeren Maßstäben (1:500.000) wird auch ein Schnittkegel verwendet. Beide Systeme sind *winkeltreu* (gleiche Abbildungsmethode) und unterscheiden sich nur in der Zählweise der Koordinaten, dem Referenzmeridian und einem (geringfügigem) Maßstabfaktor bei der Berechnung von Strecken.
- ③ **GPS (Global Positioning System):** GPS ist ein Satellitengestütztes Navigationssystem, welches als Koordinatensystem das *geodätische Datum WGS84* benutzt. *Datum* (aus dem amerikanischen übernommen) ist ein Überbegriff für alle Angaben zu einem Koordinatensystem, welches Orte auf der Erdoberfläche beschreibt. Die wichtigsten Parameter gebräuchlicher Systeme sind in einer Tabelle zusammengefaßt. Für WGS84 gibt es im Internet ein Handbuch der *NIMA TR5350.2* im PDF-Format mit sehr ausführlichen Informationen, auch über andere Systeme. Die Umrechnungsmethoden zwischen den Systemen sind komplex, Angaben dazu ebenfalls im diesem Handbuch. Von den deutschen Landesvermessungsämtern werden im Internet (Bayern unter <http://www.bayern.de/vermessung>) zu Punkten des ABC-Netzes Koordinaten im Gauß-Krüger System (Rechts- und Hochwerte, Höhe NN) und im ETRS89 System (X, Y und Z Werte, geozentrisch) veröffentlicht.

Wegen der komplexen Umrechnung zwischen verschiedenen Koordinatensystemen sollte man sich im Rahmen des Amateurfunks auf WGS84 beschränken. Die WGS84 Koordinaten sind entweder über GPS, digitale Flurkarte (Gemeinden) oder topographische Karten auf CD relativ leicht zu beschaffen. Im Rahmen von ± 200 m kann man in unseren Breiten die Unterschiede zwischen den Systemen auch vernachlässigen.

Koordinaten Systeme (Datum)	Ellipsoid a Äquatroradius m f Abplattung	Projektionsfläche e Gitternetz	1° Länge in Meter, bei 48N50704°	
Potsdam Datum	Bessel 1841 a=6.377.397,155 f=299,1528128	Berührungs-Zyl. Gauß-Krüger 3° Schritte	WGS84 -10,0	
Europa Datum ED50	Hayford 1909 International 1924 a=6.378.388 f=297	Schnitt-Zylinder	WGS84 +3,5	
WGS84	WGS84 a=6.378.137,0 f=298,257223563		73.891,2	$R_{vol} = 6.371.000,7900$ m
ETRS89	GRS80 a=6.378.137,0 f=298,257222101		=WGS84 (<1 cm)	
Militärkarten, UTM	Hayford 1909 International 1924 a=6.378.388 f=297	Schnitt-Zylinder Gauß-Krüger 6° Schritte scale 0,9996	WGS84 +3,5	
Astronomie	IAU 1964 IUGG 1967 a=6.378.160 f=298,247167427		WGS84 +0,2	

Bei Eintragungen und Ablesungen in einer Karte beachten:

Bei einer Funkpeilung liegt nautisch gesehen eine Großkreispeilung vor. Will man eine Peilstrecke auf eine Karte übertragen, muß je nach Aufgabenstellung die Großkreispeilung (Orthodrome) in eine loxodromische Peilung (Linie gleichen Kurswinkels) umgewandelt werden. Auf einer Mercatorkarte kann die Loxodrome als Gerade abgebildet werden und man kann aus zwei Peilungen zu bekannten Funkfeuern den eigenen Standort auf der Karte bestimmen. Bei einer Mittelbreite (geographische Breite in der Mitte von Funkfeuer und Standort) von 50° beträgt die Differenz bei einem 1° Längenunterschied 0.4° (auf der Nordhalbkugel abzuziehen), bei 5° Längenunterschied 1.9° [17, Tafel 17].

Etwas Geschichte zum Abschluß:

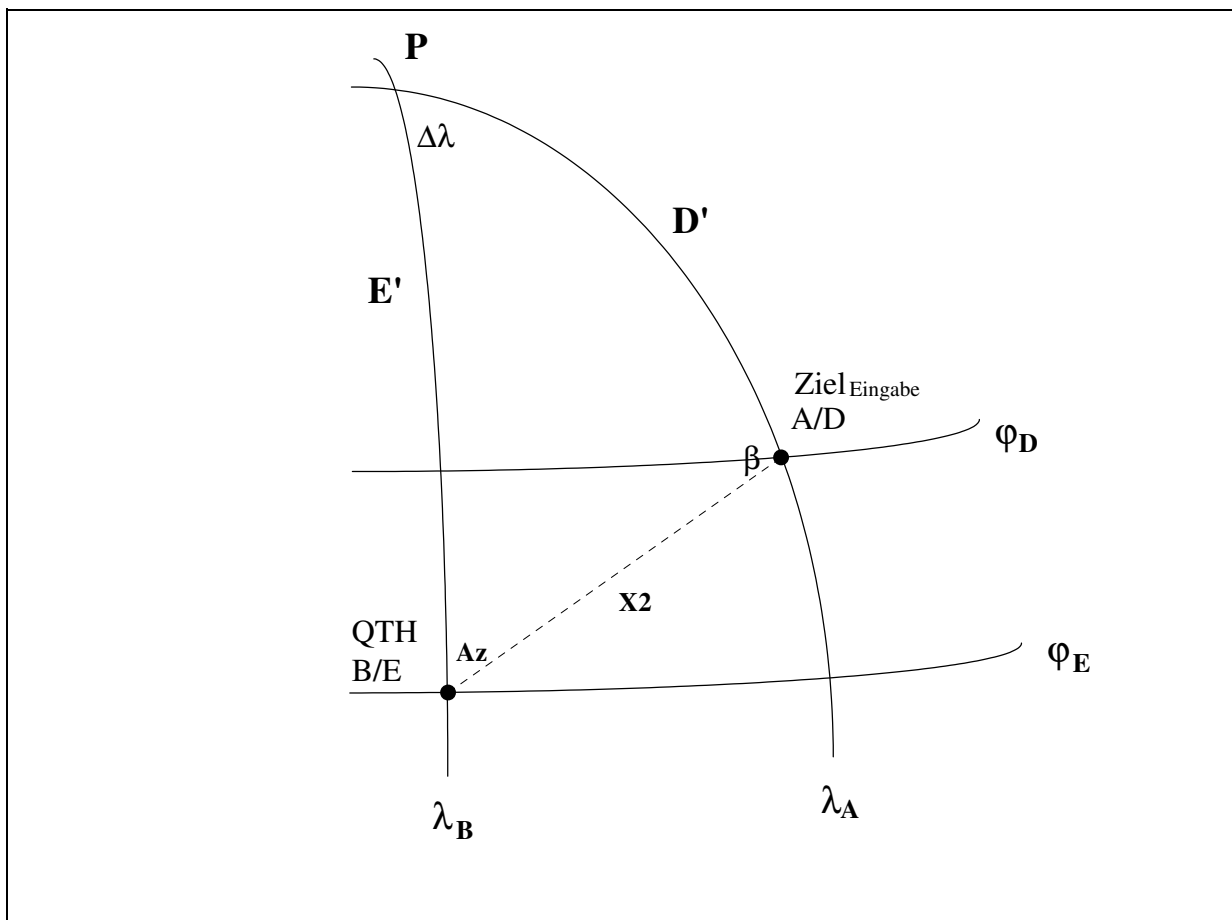
Die Vorstellung der Erde als Kugel setzte sich schon unter den Anhängern *Pythagoras* durch. *Erathosthenes* (276-195 v.Chr., Leiter der Bibliothek von Alexandria) berechnete bereits den Erdumfang mit rund 40.000 km auf 1% genau (Meridianbogen). Diese Erkenntnisse gingen verloren und im Mittelalter wurde noch die Scheibengestalt der Erde gelehrt. Mit den Reisen von *Kolumbus* 1492 und *Magellan* 1519-1522 wurde die Erde wieder "rund".

1666 mit *Cassini* und 1687 mit *Newton* und weiteren wurde die Theorie des Rotationsellipsoid abgeleitet und um 1740 empirisch durch französische Messungen in Lappland und Peru nachgewiesen. Die ersten "genauen" Werte dieses Ellipsoid wurden 1841 von *Bessel* (Astronom) festgelegt und werden noch bis heute benutzt (siehe *Potsdam Datum*). Mit der Satellitentechnik und aktuellen Meßmethoden hat man die theoretische Figur der Erde an die ungestörte Meeresoberfläche angepaßt. Sie gilt als eine Fläche konstanten Schwerepotentials und wird als **Geoid** bezeichnet.

Anhang Berechnungen

Ableitung der "Tangensformel": Die Berechnungsmethode steht in Mathematikbüchern [4] unter dem Begriff *Halbwinkelsatz* und *Nepersche Analogien*, und wird in Funkpeil-Wettbewerben [15] zur Auswertung verwendet. Es handelt sich um eine Umstellung des *Halbwinkelsatzes* für durchgehende logarithmische Berechnung von sphärischen Dreiecken aus zwei Seiten ($90^\circ - \varphi_{\text{QTH}} | \varphi_{\text{Eingabe}}$) und dem eingeschlossenen Winkel ($\lambda_{\text{Eingabe}} - \lambda_{\text{QTH}}$) mittels der *Neperschen Analogien*.

Diese Art der Berechnung ist in nautischen und mathematischen Büchern nur spärlich beschrieben und wird hier in der Form dokumentiert, wie sie im Programm letztlich benutzt wird. Zuerst eine Skizze und Beschreibung der verwendeten Symbole:



$D' = 90^\circ - \varphi_D$ entspricht Seite a, Gegenwinkel $\alpha = Az = \text{Kurswinkel QTH} \rightarrow \text{Ziel}_{\text{Eingabe}}$

$E' = 90^\circ - \varphi_E$ entspricht Seite b, Gegenwinkel $\beta = \text{Kurswinkel Ziel}_{\text{Eingabe}} \rightarrow \text{QTH}$

X2 (Entfernung) entspricht Seite c, Gegenwinkel $\gamma = \Delta\lambda = A-B$

P $\text{Pol}_{\text{Nord}} = 90^\circ \varphi$, QTH in östlicher Länge und nördlicher Breite mit positiven Vorzeichen.

Nach den *Neperschen Analogien* ergeben sich als Ausgangsformel bei zyklischem Vertauschen und Einsetzen der Bezeichnungen in Skizze und Programm:

$$\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{D'-E'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{D'+E'}{2}\right) \times \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{D'-E'}{2}\right)}{\sin\left(\frac{D'+E'}{2}\right) \times \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}$$

Durch Einsetzen der Beziehung $\varphi_{\text{DIE}} = 90^\circ - D'E'$ ändert sich im Zähler $(D'-E')/2$ in $(E-D)/2$, im Nenner $(D'+E')/2$ in $(90-(E+D)/2)$. Im Nenner kann dies durch die jeweilige Kofunktion von Sinus und Kosinus weiter vereinfacht werden.

$$\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{E-D}{2}\right)}{\sin\left(\frac{E+D}{2}\right) \times \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{E-D}{2}\right)}{\cos\left(\frac{E+D}{2}\right) \times \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}$$

Der Kurswinkel Az ergibt sich dann durch:

$$Az = \alpha = \arctan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + \arctan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

In südlichen Breiten kann sich eine Vorzeichenänderung ergeben, daher wird bei $(E+D)/2 < 0 \rightarrow Az = Az - 180^\circ$, anschließend werden bei negativem Vorzeichen von $Az + 360^\circ$ addiert ($Az < 0 \rightarrow Az = Az + 360^\circ$).

Allgemeines:

Durch die impliziten Nebenbedingungen der beiden Ortsangaben in einem geographischen Gradnetz mit den "Längengraden" $-180^\circ(-\pi) \rightarrow \lambda \rightarrow +180^\circ(+\pi)$ und "Breitengraden" $-90^\circ \rightarrow \varphi \rightarrow +90^\circ$ ist das sphärische Dreieck **B/E** \rightarrow **A/D** \rightarrow **P** ein *Eulersches Dreieck*, d.h. alle Seiten und Winkel sind kleiner als 180° bzw. π (Ausnahme: alle drei Punkte sind auf demselben Meridian).

Bei den Berechnungen sind alle benutzten Methoden der Winkelbestimmung etwa gleichwertig. Zum Sinus- und Seitenkosinussatz wird die vorher berechnete Entfernung X_2 bzw. $\cos(X_2)$ verwendet. Die "Tangensformel" rechnet nur mit den geographischen Ortsdaten und ist im Nahbereich und bei Winkeln nahe $0^\circ/360^\circ$, 90° , 180° und 270° unproblematischer. Bei einer Differenz der Länge oder Breite über 90° wird die Berechnung nach der "Tangensformel" übersprungen (Abfrage $>89^\circ$). Die Werte nach Sinus- und Seitenkosinussatz sind ausreichend genau und eine weitere Berücksichtigung der Quadranten bei Tangenswerten wurde nicht programmiert (Faulheit des Autors).

Zu den Quadranten: In Erweiterung zur ebenen Trigonometrie ist auf der Kugeloberfläche mit vier zusätzlichen "Quadranten" zu rechnen, d.h. je nach Berechnungsmethode mit einer zusätzlichen Vorzeichenumkehr, wenn die Entfernung X_2 größer als 90° bzw. $\pi/2$ wird ($H_1 = \cos(X_2) < 0$, entspricht einer Entfernung über 10.007,54 km).

Sinus- und Seitenkosinussatz: Die übrigen Formeln zur Winkelberechnung sind hier ohne Ableitung wiedergegeben:

$$\sin(Az) = \frac{\sin(A-B) \times \cos(D)}{\sin(X2)}$$

$$\cos(Az) = \frac{\sin(D) - \sin(E) \times \cos(X2)}{\cos(E) \times \sin(X2)}$$

Der $\cos(X2)=HI$ liegt als Ergebnis der Entfernungsberechnung bereits vor, Umwandlung in $\sin(X2)$:

$$\sin(X2) = \sqrt{1 - \cos^2(X2)} = \sqrt{1 - HI \times HI}$$

Wegen Mehrdeutigkeit müssen die Quadranten anhand der Vorzeichen von $\sin(Az)$ und $\cos(Az)$ ermittelt werden. Eine einfache arithmetische Differenzierung ergibt Fehler bei Benutzung der geographischen Breite, da der Breitenkreis kein Großkreis ist. Ein einfacher Test veranschaulicht dies:

Bei einer Eingabe Länge_{QTH} +1.0° (östlich QTH) und Breite_{QTH} -5" bzw. -0.00139° (südlich QTH) würde die Differenz der geographischen Breite den SO-Quadranten ergeben, als Großkreis ist der "Abflugkurs" Az mit 89.7° jedoch noch im NO-Quadranten.

		360°/0°	
NW	$\sin(Az) -$ $\cos(Az) +10$	$\sin(Az) +10$ $\cos(Az) +10$	NO
	$Az - \sin = 360^\circ + Az$ $Az - \cos = 360^\circ - Az$		$Az - \sin = Az - \cos = Az$
	QTH	B/E	
270°			90°
	$\sin(Az) -$ $\cos(Az) -$	$\sin(Az) +10$ $\cos(Az) -$	
	$Az - \sin = 180^\circ - Az$ $Az - \cos = 180^\circ + Az$	$Az - \sin = 180^\circ - Az$ $Az - \cos = 180^\circ + Az$	
SW			SO
		180° A-B=0	

Entfernungsberechnung und Semiversus / Haversinus:

Die Entfernungsberechnung auf dem Großkreis (Orthodrome) ist mathematisch unkritisch und wird im Programm als erste Berechnung ausgeführt. Bei Entfernungen unter 4 m, etwa 0.1 Bogensekunden, wird keine weitere QTE-Berechnung ausgeführt. Zur QTE-Berechnung mit der SIN- und COS-Formel wird die Entfernung $X2$ weiter verwendet, in der TAN-Formel ist sie nicht erforderlich. Die klassische Formel [4,18 und weitere, Seitenkosinussatz] für $X2$ im Bogenmaß ist:

$$H1 = \cos(X2) = \sin \varphi_E \times \sin \varphi_D + \cos \varphi_E \times \cos \varphi_D \times \cos(\lambda_E - \lambda_D)$$

Diese Formel erfordert bei Benutzung von Tafelwerken relativ viele Rechenschritte. Die *Semiversus* Funktion (*sem*) erleichtert die Handhabung durch weniger Tabellenarbeit und den ausschließlich positiven Verlauf von 0° (Wert 0) über 180° (Wert 1) nach 360° (Wert 0). Diese in der Nautik übliche Funktion ist identisch mit dem *Haversinus* (*hav*), der in der Astronomie zur Berechnung sehr kleiner Winkel bekannt ist:

$$\text{sem } a = \sin^2\left(\frac{a}{2}\right) \Leftrightarrow \text{hav } a = \left(\frac{1 - \cos a}{2}\right)$$

Durch Einsetzen und Umformung wird geht die ursprüngliche Formel über in:

$$\text{sem}(X2) = \text{sem}(\varphi_E - \varphi_D) + \cos \varphi_E \times \cos \varphi_D \times \text{sem}(\lambda_E - \lambda_D)$$

Für logarithmische Berechnung mit Tabellen wird in den "Nautischen Jahrbüchern" eine Tabelle mit den *Gradzahlen*, *log cos*, *log sem* und *sem*, tabellarisch nebeneinander, verwendet [17, Tafel 7].

Zur Reduzierung von Rundungsfehlern und Funktionsaufrufen wird im Programm QTHXX mit Umformung nach den Additionstheoremen [4, Seite 285] gearbeitet:

$$\sin a \sin \beta = \frac{1}{2}[\cos(a - \beta) - \cos(a + \beta)] \quad \cos a \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(a - \beta) + \cos(a + \beta)]$$

Hilfswerte DE11, DE12 und Zwischenwert C:

$$DE11 = \cos(\varphi_D + \varphi_E) \quad DE12 = \cos(\varphi_D - \varphi_E) \quad C = \text{abs}(\lambda_B - \lambda_A)$$

ergeben die Endformel:

$$H1 = \cos(X2) = \frac{1}{2}[(DE11 + DE12) \times \cos(C) + DE12 - DE11]$$

Programm (Auszug):

```

.....//.....
2720 REM *****
2730 REM Distance calculation
2740 REM *****
2750 C = ABS(B - A): DE11 = COS((D + E) * PI): DE12 = COS((D - E) * PI)
2760 H1 = ((DE11 + DE12) * COS(C * PI) + DE12 - DE11) / 2#: X1 = 0#
2770 REM H1 cos(Entfernung) Grosskreis !!!!!
2771 RVOL = 6371,00079# ' Radius bei gleichem Kugelvolumen
2774 IF H1 >= 1# THEN H1 = 1#: X2 = 0 ' Abgrenzung
2775 IF H1 <= -1# THEN H1 = -1#: X2 = PI * RVOL: PRINT "Antipoden-Schlaumeier...": GOTO 2790
2780 IF H1 < 1# THEN X2 = ATN(SQR(1# - H1 * H1) / H1) * RVOL ELSE X2 = 0#: GOTO 2790
2782 IF H1 < 0# THEN X2 = (PI + ATN(SQR(1# - H1 * H1) / H1)) * RVOL
2790 .....//.....
2860 REM *****
2870 REM TAN Formel if distance < 90 degree (<89 rounded)
2880 REM *****
2890 IF (E - D) > 89# OR C > 89# THEN PRINT "Winkel-Differenz > 89 Grad, keine tan-Formel": GOTO 2970
2895 IF X2 < .004# THEN PRINT "Entfernung unter 0.1 Bogen-Sekunde (4 m), QTE nicht berechnet": GOTO 3220
REM Halbwinkelsatz, per Nepersche Analogien (A-B) und D|E umgestellt
.....//.....
REM *****
3120 REM COS Formel if distance > 90 degree (>89 rounded)*
REM *****
.....//.....
IF ABS(H1) >= 1# THEN AZC = SGN(H1) * 0#: W4COS = SGN(H1) * 1#: GOTO L3100 ' abs(h1) 0/180 Grad
REM Seitenkosinussatz cos(90-D|E)=sin(D|E) sin(90-E)=cos(E) sin(X2)=sqr(1-X2**2) [H1=cos(X2)]
REM Winkel < PI0 bzw. 180°
W4COS = (SIN(D * PI) - SIN(E * PI) * H1) / (COS(E * PI) * SQR(1# - H1 * H1)) ' COSINUS(Az)
IF W4COS > 1# THEN W4COS = 1# 'Notbremse bei Rundungsfehler Sin/Cos
IF W4COS <= -1# THEN W4COS = -1# 'dto
IF W4COS < 0# THEN AZC = ATN(SQR(1# - W4COS * W4COS) / W4COS) / PI ELSE AZC = 90#
L3100: REM
.....//.....
REM *****
REM SIN Formel if distance > 90 degree (>89 rounded)*
REM *****
.....//.....
2985 IF H1 <= -1# THEN AZS = 0#: W4SIN = 0#: GOTO 3020 ' abs(b-a) 180 Grad
2990 W4SIN = SIN((A - B) * PI) * COS(D * PI) / (SQR(1# - H1 * H1)) ' sinus(a) ex c=abs(b-a)
2997 .....//.....
IF W7COS <> 0# THEN AZSS = ATN(SQR(1# - W7COS * W7COS) / W7COS) / PI ELSE AZSS = SGN(D - E) * 90#
3000 IF W4SIN >= 1# THEN W4SIN = 1#: AZS = 90# 'Notbremse bei Rundungsfehler
IF W4SIN <= -1# THEN W4SIN = -1#: AZS = -90#
3010 IF ABS(W4SIN) < 1 THEN AZS = ATN(W4SIN / SQR(1# - W4SIN * W4SIN)) / PI
3020 .....//.....
REM *****
REM * Check Quadrant und Print sin und cos
REM *****
IF W4SIN < 0 AND W4COS < 0 THEN AZS = 180# - AZS: AZC = 180# - AZC
IF W4SIN < 0 AND W4COS >= 0 THEN AZS = 360# + AZS: AZC = 360# - AZC
IF W4SIN >= 0 AND W4COS < 0 THEN AZS = 180# - AZS: AZC = 180# + AZC
REM *****
PRINT USING "%+###.##&###.##&"; "Richtung (QTE via sin) : ", AZS; " Grad ("; CHR$(241); X1; ")"
PRINT USING "%+###.##&###.##&"; "Richtung (QTE via cos) : ", AZC; " Grad ("; CHR$(241); X1; ")"

```

Literaturhinweise:

Die aufgeführten Literaturstellen sind teilweise in diese Ausarbeitung eingeflossen, einige dienen zur Abrundung und allgemeinen Information. Recherchen, insbesondere über mathematische Abhandlungen, Astronomie, Kartographie und Geophysik, wurden in der Kreisbücherei des Landkreises Pfaffenhofen/Ilm durchgeführt. In der Zeitschrift cq-DL bzw. DL-QTC des DARC (Deutscher Amateur Radio Club) sind zu der Thematik viele Artikel veröffentlicht. Die Beiträge und Lehrbücher können nicht vollständig aufgeführt werden, viele gleichen sich und gehen nicht auf die speziellen Probleme der numerischen Programmierung auf Rechnersystemen ein. Insbesondere mit Einbeziehung von GPS und WGS84 gegenüber der klassischen topographischen Karte tauchen Genauigkeitsfragen auf, die nur bei wenigen Autoren behandelt werden.

[1] *Wepner, Wolfgang, Dr.; Mathematisches Hilfsbuch für Studierende und Freunde der Astronomie; Treugesell-Verlag Dr. Vehrenberg KG, Düsseldorf; 3. Auflage 1985; ISBN 3-87974-911-9; Kapitel 4.1.3 Bestimmung der geographischen Koordinaten aus den konformen:* Erläuterungen zu den Gauß-Krüger Koordinaten (Potsdam Datum) und deren Umwandlung in Gradangaben, mit Formeln und zwei Programmbeispielen in FORTRAN. Beide Programme wurden auf den PC übertragen, das Beispiel auf Seite 137 in MS Quick BASIC 4.50 für DOS, das Beispiel auf Seite 138 in FORTRAN77 für DOS und FORTRAN90 für OS/2.

[2] *Handbuch der NIMA TR5350.2 (amerikanisch, PDF-Format), 3rd Edition, Amendment 1, Jan-3-2000, Department of Defense (DoD); World Geodetic System 1984 (WGS84).* Beschreibung der NIMA (National Imagery and Mapping Agency), das "amerikanische Bundesvermessungsamt", zu WGS84, dessen Verwendung in Karten und Beziehungen zu anderen Referenzsystemen. Im Internet als "free download" erhältlich.

[3] *Kahmen, Heribert, Dr. Ing., Uni Wien; Vermessungskunde II; Sammlung Göschen Band 2161; Verlag Walter de Gruyter, Berlin, New York; 14. Auflage 1986; ISBN 3-11-010860-7; Kapitel 4 Grundaufgaben der ebenen Koordinatenrechnung, Koordinatensysteme, Kapitel 6 Punktbestimmung durch Satellitenverfahren, Kapitel 7 Grundlagen der Landesvermessung:* Informationen zu Gauß-Krüger Koordinaten, Koordinatensystemen, GPS und den Dreiecksnetzen.

[4] *Großes Handbuch der Mathematik, Buch und Zeit VerlagsGmbH Köln, 1967, ohne ISBN, Lizenzausgabe des Aurora-Verlags, Zürich; Kapitel über Goniometrie, ebene und sphärische Trigonometrie, Fehler-, Ausgleichs- und Näherungsrechnung.*

[5] *Schlendermann, Alfred, DL9GS, Bochum; cq-DL 8/84 Seite 386-389ff: Weltweiter Standortkennner der IARU:* Beschreibung des Locatorsystem mit Abbildungen und Beispielen. Dazu ebenfalls DL9GS: *cq-DL 10/80 Seite 488 und 489, Korrekturen in 12/80 Seite 588.*

[6] *DL-QTC 5/64, Seite 310, UKW-Rundschau von DL3FM, QRA-Kenner ; DL-QTC 7/67, Seite 399 und 400, Der Jungamateurl, Die Bestimmung des QRA-Kenners ;* Beschreibung des europäischen "alten" Locatorsystems.

[7] *Schlendermann, Alfred, DL9GS, Bochum; DL-QTC 4/70 Seite 233 und 234, in 6/70 Seite 364; cq-DL 1/75, Seite 26 und 27: Übersicht "alter" Locator mit Abbildungen. In DL-QTC 1/70 Seite 24 und 25: Die Welt ums QRA: Ein Vorschlag von Böttcher zu einer Azimutalkarte mit Zentrum des eigenen QTH.*

[8] *QRA vs. QTH, Artikel und Leserbriefe, Inhalte in der Regel nur Unterhaltungscharakter: DL-QTC 2/71 Seite 102; cq-DL 3/72 Seite 171; und weitere.*

[9] *Strobach, Klaus, Prof. Dr., Institut für Geophysik der Universität Stuttgart; Unser Planet Erde, Ursprung und Dynamik; Verlag Gebrüder Borntraeger, Berlin, Stuttgart; 1. Auflage 1991; ISBN 3-443-01028-8. Kapitel 4 bis 6: Die Figur der Erde, Das Schwerefeld der Erde, Gezeiten des Erdkörpers. Kapitel 11 bis 13: Plattentektonik, Dynamische Isostasie, Wahre Polwanderung.*

[10] *Löschner, Jan G., Stolberg, DB2KC; cq-DL 6/78 Seite 255 und 256, Entfernungsberechnung mit einem Prozeßrechner oder Großrechner: Der Autor benutzt eine Näherungsformel für die Loxodrome innerhalb von 20° Differenz bei Länge und Breite, ein Absatz über Genauigkeit und die Problematik bei Digitalrechnern ist enthalten. Eine der wenigen Arbeiten, die sich der Mühe der Betrachtung von Fehlertoleranzen unterzogen hat.*

[11] *Entfernungsberechnung mit programmierbarem Taschenrechner (Typ xyz), Artikel und Leserbriefe mit Programmbeschreibung der Berechnung mittels "altem" QTH-Kenner. cq-DL jeweils Heft/Jahrgang/Seite: 4/75/166, 12/75/707, 2/76/56, 4/76/136,137, 9/77/332,334, 8/78/254,267, 1/79/19, 4/79/169.*

[12] *Landstorfer, Franz, Straubing, DK9RL; cq-DL 8/77 Seite 293 bis 301ff, Bezeichnung des Standortes und Entfernungsberechnungen: Umrechnung des "alten" Locators und Entfernungsberechnung mit Abbildungen und Ableitung des Seitenkosinussatzes.*

[14] Internet (April 2002): Sam Wormley's GPS Errors & Estimating Your Receiver's Accuracy; © Copyright 2001 - *Samuel J. Wormley, Iowa State University*. All rights reserved.

[15] *DJ3YB*: persönlicher Schriftverkehr mit *Peter Baier, DJ3YB*, im Rahmen der "Zugspitz Peilwettbewerbe" übermittelt.

[16] *Kern/Rung; Sphärische Trigonometrie*; 1986 Bayer. Schulbuchverlag, München; 1. Auflage; ISBN 3-7627-3534-4. Kapitel 7: Anwendungen auf Probleme der Geographie.

[17] Otto Steppes / Dr. Otto Fulst; *Nautische Tafeln; 1944*; Neunzehnte Auflage; Arthur Geist, Buchhandlung und Verlag, Bremen. Semiversus zusätzlich zu den sechs trigonometrischen Grundfunktionen.

[18] Jean Meeus; *Astronomische Algorithmen*; 1994 Barth Verlag; 2. Auflage; ISBN 3-335-00400-0. Kapitel 10: Der Erdglobus. Verbesserte Entfernungsberechnung für Ellipsoid nach Andoyer. Kapitel 16: Winkelabstand, u.a. Nutzung Haversinus.

Redaktionelle Hinweise:[verwendete Fonts/Symbole]

Times New Roman %o™©«@±μ¶»¹¼½¾×Ø÷

Symbol αβχδεφγηι φ κλμνοπθρστυωξψζ←→...□-ιξ←→} —

Math A / C ϑΣΩυφρωχρπω□ΦΓ...

Änderungen, Stand:

22.04.2001 erste Kompletversion (Lotus SmartSuite 96)

23.03.2004 redaktionelle Überarbeitung (Lotus Mill.9 bzw. Lotus Warp4 1.1)

01.11.2004 kleinere Ergänzungen, [14] auf Seite 7, Entfernungsberechnung

04.11.2004 redaktionelle Überarbeitung, *qthxx03.lwp* exportiert nach *.rtf*, *.doc* und *.htm*

25.05.2007 Überarbeitung nach DIN A4 (ex 8"x12") und .pdf Format mit PDFStar 2.0 (Franzis)

25.05.2007 Anmerkung: siehe auch Homepage "GPS, UTM und Landkarten, eine Übersicht"

14.08.2008 qthxxu Version erstellt, Basis QTH 90°N/S Korrekturen, XP Verknüpfung Beispiel

21.08.2008 Screenshot Ausgabe Window mit Erläuterungen, Beschreibung .bat Optionen.

24.08.2008 redaktionell, 0-Test bei Ellipsoid-Berechnung (Test QTH divide-zero Abbruch)

Wunschzettel, Planung:

xx.xx.20xx UTM-Gitter, APRS-Format (mit 1/100el Minuten)

offene Fragen, Probleme:

22.08.2008 bei Test Notebook mit Vista schaltet Programm auf von DE auf US Tastatur um, im Test nicht behebbar durch System-defs, auf XP bisher nicht reproduzierbar.